

سری کتاب‌های کمک آموزشی کارشناسی ارشد

تئوری احتمال و آمار مهندسی

مجموعه مهندسی صنایع

مؤلفان: جواد طیبی، مصطفی جانی

ویراستار علمی: زهره ضرابی‌زاده

طیّبی، جواد

تئوری احتمال و آمار مهندسی رشته مهندسی صنایع / جواد طیّبی - مصطفی جانی
مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۴

۴۰۱ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)

ISBN: 978-600-458-845-4

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

فارسی - چاپ اول

۱- تئوری احتمال و آمار مهندسی ۲- آزمونها و تمرینها (عالی) ۳- آزمون دوره های تحصیلات تکمیلی
۴- دانشگاهها و مدارس عالی - ایران - آزمونها

ج - عنوان

QA ۳۷۶ / ۱۸ / ط / ۸۶ آ ۸۴

رده بندی دیویی: ۵۱۹/۵۰۷۶

کتابخانه ملی ایران ۱۹۷۱۹۵۳

تئوری احتمال و آمار مهندسی

نام کتاب: ☒

جواد طیّبی - مصطفی جانی

مؤلفان: ☒

مشاوران صعود ماهان

ناشر: ☒

اول / ۱۴۰۴

نوبت و تاریخ چاپ: ☒

۱۰۰۰ نسخه

تیراژ: ☒

۵ / ۰۱۰ / ۰۰۰ ریال

قیمت: ☒

☒

ISBN: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸-۸۴۵-۴

شابک: ☒

انتشارات مشاوران صعود ماهان، سه رودی شمالی - میرزازینالی شرقی - پلاک ۵۱
تلفن: ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می باشد و هر
گونه اقتباس کپی برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

مقدمه ناشر

آیا آنانکه می‌دانند با آنانکه نمی‌دانند برابرند؟ (قرآن کریم)

پس از حمد و سپاس و ستایش به درگاه بی‌همتای احدیت و درود بر محمد مصطفی، عالی نمونه بشریت که در تاریخ دور تاریخ، بنا به فرمان نافذ صمدیت از میان مردمی برخاست که خود بودند در پست‌ترین حد توحش و ضلال و بربریت و آنگاه با قوانین شامل خویش هم ایشان را راهبری نمود و رهانید از بدویت و استعانت جوییم از قرآن کریم، کتابی که هست جاودانه و بی‌نقص تا ابدیت.

کتابی که در دست دارید آخرین ویرایش از مجموعه کتب خودآموز مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان است که بر مبنای خلاصه درس و تأکید بر نکات مهم و کلیدی و تنوع پرسش‌های چهار گزینه‌ای جمع‌آوری شده است. در این ویرایش ضمن توجه کامل به آخرین تغییرات در سرفصل‌های تعیین شده جهت آزمون‌های ارشد تلاش گردیده است که مطالب از منابع مختلف معتبر و مورد تأکید طراحان ارشد با ذکر مثال‌های متعدد بصورت پرسش‌های چهار گزینه‌ای با کلید و در صورت لزوم تشریح کامل ارائه گردد تا دانشجویان گرامی را از مراجعه به سایر منابع مشابه بی‌نیاز نماید.

لازم به ذکر است شرکت در آزمون‌های آزمایشی ماهان که در جامعه آماری گسترده و در سطح کشور برگزار می‌گردد می‌تواند محک جدی برای عزیزان دانشجو باشد تا نقاط ضعف احتمالی خود را بیابند و با مرور مجدد مطالب این کتاب، آنها را برطرف سازند که تجربه سال‌های مختلف موکد این مسیر به عنوان مطمئن‌ترین راه برای موفقیت می‌باشد.

لازم به ذکر است از پورتال ماهان به آدرس www.mahanportal.ir می‌توانید خدمات پشتیبانی را دریافت دارید. و نیز بر خود می‌بالیم که همه ساله میزان تطبیق مطالب این کتاب با سؤالات آزمون‌های ارشد- که از شاخصه‌های مهم ارزیابی کیفی این کتاب‌ها می‌باشد- ما را در محضر شما سربلند می‌نماید.

در خاتمه بر خود واجب می‌دانیم که از همه اساتید بزرگوار و دانشجویان ارجمند از سراسر کشور و حتی خارج از کشور و همه همکاران گرامی که با ارائه نقطه نظرات سازنده خود ما را در پربارتر کردن ویرایش جدید این کتاب یاری نمودند سپاسگزاری نموده و به پاس تلاش‌های بی‌چشمداشت، این کتاب را به محضرشان تقدیم نماییم.

مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان
معاونت آموزش

مقدمه مؤلف

با حمد و سپاس و ستایش خداوند منان که توفیق تهیه این مجموعه را عطا فرمود و با امید به اینکه این مجموعه بتواند نیاز دانش پژوهان گرامی را برآورده سازد.

ویژگی اصلی این کتاب: تشریح کامل درس و حل تستها با روشهای تشریحی و روشهای سریع تستزنی و حل تستهای کنکور و تستهای جدید و تألیفی و سئوالات تکمیلی می باشد. طبیعی است حضور در کلاس بهترین طریقه یادگیری و کسب معلومات لازم برای آزمون می باشد ولی به هر حال امیدوارم که این مجموعه بتواند برای عزیزانی که امکان استفاده از کلاس را ندارند مفید و مثمر ثمر واقع گردد. هر چند کتاب حاضر حاصل چندین سال تجربه در دانشگاه و موسسات معتبر کشور می باشد ولی بی شک خالی از نقص نیست و پیشنهادات و نظرات اصلاحی دانش جویان گرامی و اساتید ارجمند مثمر ثمر واقع خواهد بود. در پایان از کادر بسیار صمیمی موسسه ماهان که در این امر مشوق و همراه اینجانبان بوده اند تقدیر و تشکر می کنیم.

مؤلفان

فصل اول: آمار توصیفی	۷
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول	۲۲
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول	۳۴
فصل دوم: آنالیز ترکیبی و احتمال	۴۵
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم	۶۱
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم	۷۶
فصل سوم: متغیرهای تصادفی	۹۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم	۱۰۸
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم	۱۳۰
فصل چهارم: توزیع‌ها	۱۵۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم	۱۶۸
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم	۱۹۱
فصل پنجم: نظریه برآورد کردن	۲۱۵
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم	۲۲۹
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم	۲۴۱
فصل ششم: آزمون فرض	۲۵۳
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم	۲۶۲
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم	۲۷۵
فصل هفتم: تحلیل واریانس	۲۸۷
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هفتم	۲۹۴
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هفتم	۲۹۸
فصل هشتم: همبستگی رگرسیون	۳۰۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هشتم	۳۰۸
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هشتم	۳۱۳
سؤالات و پاسخنامه چهارگزینه‌ای آزمون سال ۸۶-۹۳	۳۱۹
سؤالات و پاسخنامه چهارگزینه‌ای آزمون سال ۹۴	۳۸۸
سؤالات و پاسخنامه چهارگزینه‌ای سراسر سال ۹۵	۳۹۱
منابع و مآخذ	۴۰۱

فصل اول

)))))) =))))

عناوین اصلی

❖ آمار توصیفی

❖ مقیاس

❖ فراوانی مطلق، نسبی، تجمعی

❖ انواع نمودار

❖ شاخص‌های آماری

فصل اول

آمار توصیفی

تعریف آمار: مجموعه روش‌های علمی را که به جمع‌آوری، مرتب و خلاصه کردن، طبقه‌بندی، تجزیه و تحلیل داده‌ها، تعبیر و نتیجه‌گیری کردن از اطلاعات (داده‌ها) می‌پردازد، علم آمار می‌گویند. برای جمع‌آوری اطلاعات می‌توان از کل اطلاعات جامعه یا از قسمتی از اطلاعات استفاده کرد. مرتب و خلاصه کردن، تجزیه و تحلیل اطلاعات را آمار توصیفی و نتیجه‌گیری از آنها را آمار استنباطی گویند. با توجه به نوع داده‌ها، داده‌ها را از طریق مشاهده، مصاحبه، پرسشنامه و ... جمع‌آوری می‌کنیم و در ضمن داده‌ها را با X_i نشان می‌دهند. داده‌ها یا اطلاعات به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف) کیفی: تنها اطلاعات مسئله را توصیف می‌کند و قابل اندازه‌گیری نیستند.

ب) کمی: اطلاعات به صورت عدد و رقم بیان می‌شود.

جامعه آماری: مجموعه افراد یا اشیایی است که مورد بررسی آماری قرار می‌گیرند و همه اعضای آنها دارای یک صفت مشترک می‌باشند. تعداد اعضای جامعه آماری را حجم جامعه گویند و با N نشان می‌دهند و هر عضو جامعه آماری واحد یا فرد نامیده می‌شود.

سرشماری: بررسی آماری تک تک اعضای جامعه آماری را سرشماری گویند. ولی به دلیل هزینه‌بر بودن و وقت گیر بودن و در دسترس نبودن بعضی از داده‌ها و یا از بین رفتن برخی داده‌ها معمولاً از سرشماری استفاده نمی‌کنیم.

توجه: در سرشماری همه پارامترهای جامعه از جمله میانگین و واریانس جامعه معلوم می‌باشد.

نمونه: به قسمتی از جامعه آماری که طبق قواعد خاصی جمع‌آوری می‌شود و شامل ویژگی‌های جامعه است، نمونه یا نمونه تصادفی می‌گویند (در فصل‌های آتی نمونه و روش جمع‌آوری آن مورد بحث قرار خواهد گرفت).

صفت مشخصه: صفتی است که بین همه عناصر جامعه آماری مشترک و جدا کننده جامعه آماری از سایر جوامع است و به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می‌شوند.

صفت متغیر: صفتی است که از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.

مثال: در عبارت «قد زنان ایرانی» زن بودن و ایرانی بودن صفت مشخصه و قد صفت متغیر می‌باشد.

مقیاس:

مقیاس اسمی: در این نوع مقیاس از علائم و اعداد برای طبقه‌بندی استفاده می‌شود؛ مثلاً در بررسی وضعیت دانشگاه‌ها، دانشگاه شریف (A) و دانشگاه شیراز (B) در نظر گرفته می‌شود، گروه‌های خونی، نژاد، رنگ‌ها، اسم شهرها و کشورها مثال‌هایی از مقیاس اسمی می‌باشند.

مقیاس رتبه‌ای (ترتیبی): این مقیاس وقتی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در صفت متغیر رابطه ترتیبی وجود داشته باشد مثل تحصیل یک شخص که از دوره ابتدایی شروع می‌شود، کیفیت محصولات و مراحل رشد مثال‌هایی از مقیاس رتبه‌ای می‌باشند.



مقیاس فاصله‌ای: این مقیاس برای متغیرهای کمی استفاده می‌شود، در این مقیاس با عدد می‌توان فواصل را مشخص کرد و صفر در این مقیاس قراردادی است مثل سانتی‌گراد و برای صفات متغیر کمی بکار برده می‌شود، مقیاس اندازه‌گیری زمان، دما و نمره مثال‌هایی از مقیاس فاصله‌ای می‌باشند.

مقیاس نسبی: این مقیاس برای متغیرهای کمی استفاده می‌شود، در این مقیاس صفر واقعی بوده (مثل صفر در متر) و در قوی‌ترین شکل خود قرار دارد و در مورد صفات متغیر کمی بکار برده می‌شود، مقیاس اندازه‌گیری فاصله، زمان، شتاب و سرعت مثال‌هایی از مقیاس نسبی می‌باشند.

مفهوم و خواص سیگما (Σ):

نماد Σ برای جمع بکار می‌رود و در حالت خاص به شکل‌های زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n \end{cases}$$

خواص Σ : اگر b, a اعداد ثابت باشند آنگاه:

$$۱) \sum_{i=1}^n a = na$$

$$۲) \sum_{i=1}^n ax_i = a \sum_{i=1}^n x_i$$

$$۳) \sum_{i=1}^n (ax_i \pm by_i) = a \sum_{i=1}^n x_i \pm b \sum_{i=1}^n y_i$$

مثال: اگر $\sum_{i=1}^5 x_i = 10$ و $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 40$ باشد حاصل $\sum_{i=1}^5 (x_i - 2)^2$ را بدست آورید.

حل: ابتدا با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌توان نوشت:

$$(x_i - 2)^2 = x_i^2 - 4x_i + 4 \Rightarrow \sum_{i=1}^5 (x_i - 2)^2 = \sum_{i=1}^5 x_i^2 - 4 \sum_{i=1}^5 x_i + \sum_{i=1}^5 4 = 40 - 4 \times 10 + 4 \times 5 = 20$$

توجه: نماد Π برای ضرب بکار می‌رود و به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\prod_{i=1}^n x_i = x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n$$

تنظیم داده‌ها:

برای تنظیم داده‌ها، معمولاً از جدول‌های آماری (جدول‌های فراوانی) استفاده می‌کنند. در جدول فراوانی نیاز به تعاریفی داریم که ابتدا به معرفی آنها می‌پردازیم.

فراوانی مطلق: تعداد دفعات تکرار داده‌ها را فراوانی مطلق گویند و با f نشان می‌دهند.

فراوانی نسبی: نسبت فراوانی مطلق به حجم جامعه را فراوانی نسبی گویند و معمولاً آن را با r نشان می‌دهند. توجه کنید که مجموع فراوانی‌های نسبی واحد است.

نکته: معمولاً فراوانی مطلق برای توصیف جامعه و فراوانی نسبی برای مقایسه جوامع استفاده می‌شوند.

درصد فراوانی نسبی: ۱۰۰ برابر فراوانی نسبی یعنی $r \times 100$ را درصد فراوانی نسبی گویند.

فراوانی تجمعی: مجموع فراوانی هر داده (یا طبقه) با طبقات بالاتر را فراوانی تجمعی آن داده یا طبقه گویند و آن را با نماد F_i یا F_c نشان می‌دهند.



فراوانی تجمعی نسبی: مجموع فراوانی‌های نسبی هر طبقه با طبقات بالاتر را فراوانی تجمعی نسبی گویند و اگر آن را درصد ضرب کنیم درصد فراوانی تجمعی نسبی به دست می‌آید.

درجه دسته یا داده: فراوانی نسبی در 360° را درجه دسته می‌نامند و آن را با C° نشان می‌دهند.

نکته: اگر تعداد داده‌ها زیاد و یا داده‌ها پیوسته باشند با توجه به تعداد و نوع، داده‌ها را در یک جدول تنظیم می‌کنیم و قبل از انجام این کار تعاریف زیر را یادآور می‌شویم.

دامنه تغییرات: تفاضل بزرگترین داده از کوچکترین داده را دامنه تغییرات نامیده و با R نشان می‌دهیم.

تعداد دسته: تعداد دسته‌ها را با k نشان می‌دهیم و معمولاً تعداد دسته‌ها را بین ۵ تا ۲۰ یا (۳ تا ۱۷) انتخاب می‌کنیم و یا می‌توان از فرمول‌های زیر آن را پیدا کرد.

$$\begin{cases} k = \sqrt{N} \rightarrow N \text{ تعداد داده ها} \\ k = 1 + 1/3 \log N \rightarrow \text{فرمول استروجن} \end{cases}$$

نکته: اگر مقدار k عدد اعشاری به دست آید، عدد صحیح بعد از آن را در نظر می‌گیریم.

طول دسته: طول دسته را با w نشان می‌دهیم و برابر اختلاف حد پایین و بالای دسته می‌باشد.

نکته: همواره بین w, k, R رابطه $R \leq w \times k$ برقرار است.

نماینده یا مرکز یا نشان دسته: برابر میانگین حد بالا و پایین دسته می‌باشد و آن را با x_i نشان می‌دهند.

با توجه به نکات بالا می‌توان داده‌ها را در جدولی به شکل زیر مرتب کرد.

حدود دسته	x_i	f_i	r_i	F_i	C_i°
$a_1 - a_2$	$\frac{a_1 + a_2}{2}$	f_1	$\frac{f_1}{N}$	f_1	$r_1 \times 360^\circ$
$a_2 - a_3$	$\frac{a_2 + a_3}{2}$	f_2	$\frac{f_2}{N}$	$f_1 + f_2$	$r_2 \times 360^\circ$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
جمع		$\sum f_i = N$	$\sum r_i = 1$		$\sum C_i = 360^\circ$

نکته: حدود دسته باید پیوسته باشد در غیر این صورت نصف مقدار ناپیوستگی را از حد پایین کم و به حد بالا اضافه می‌کنیم.

با توجه به هدف کلی از بررسی جوامع می‌توان از نمودارهای متفاوتی استفاده کرد. در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به داده‌های کیفی و سپس نمودارهای مربوط به داده‌های کمی معرفی می‌شوند.

۱- نمودار ستونی: این نمودار برای داده‌های کیفی به کار می‌رود، برای رسم این نمودار ابتدا نوع داده‌ها را روی محور x ها مشخص می‌کنیم و محور عمودی فراوانی (مطلق یا نسبی) را مشخص می‌کنیم، سپس روی هر نوع از داده‌ها مستطیلی به ارتفاع فراوانی رسم می‌کنیم.

۲- نمودار دایره‌ای: این نمودار معمولاً برای داده‌های اسمی بکار می‌رود. برای رسم ابتدا درجه یا درصد فراوانی نسبی هر داده را بدست می‌آوریم و با توجه به این مقادیر، داده‌ها را روی دایره مشخص می‌کنیم.

نکته: نمودار دایره‌ای معمولاً برای توصیف هندسی مشاهدات استفاده می‌شود و نمودار ستونی برای مقایسه جوامع مفید می‌باشد.

۳- نمودار پاره‌تو: در این نمودار، فراوانی هر موضوع روی محور y ها و نوع آن روی محور x قرار می‌گیرد و در ضمن نمودار پاره‌تو همیشه به ترتیب نزولی فراوانی‌ها رسم می‌شود. این نمودار سه محور دارد که محور سوم آن بیانگر فراوانی‌های نسبی تجمعی است و به صورت یک محور عمودی دیگر در انتهای محور x ها رسم می‌شود. در ضمن این نمودار در تحلیل موجودی انبار کالا، نواقص سیستم‌ها، توزیع درآمد و توزیع کارمندان سازمان‌ها کاربرد دارد.



۴- **نمودار میله‌ای:** این نمودار برای داده‌های گسسته بکار می‌رود و برای رسم، روی محور طولها به ترتیب داده‌ها و روی محور y ها بطور متناظر فراوانی مطلق (فراوانی نسبی) را درج می‌کنیم و سپس روی هر داده میله‌ای به ارتفاع فراوانی رسم می‌کنیم.

نکته: اگر نقاط انتهایی و ابتدایی نمودار میله‌ای را به هم وصل کنیم نمودار پلی گون بدست می‌آید.

۵- **نمودار مستطیلی یا هیستوگرام یا بافت نگار:** این نمودار معمولاً برای داده‌های پیوسته بکار می‌رود و برای رسم روی محور طولها به ترتیب حدود دسته و روی محور y ها به طور متناظر فراوانی مطلق (نسبی) را درج می‌کنیم و سپس روی طول هر دسته مستطیلی به ارتفاع فراوانی بنا می‌کنیم.

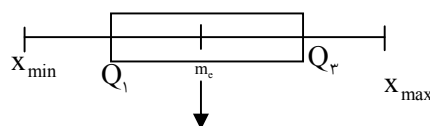
۶- **نمودار چندبرفراوانی یا پلی گون:** برای رسم این نمودار ابتدا نمودار مستطیلی را رسم می‌کنیم و سپس وسط اضلاع بالائی این مستطیل‌ها را با پاره‌خط‌هایی به هم وصل می‌کنیم. سپس از نماینده دسته اول طول دسته را کم می‌کنیم و ابتدای نمودار را به این نقطه وصل می‌کنیم. به نماینده دسته آخر، طول دسته آخر را اضافه می‌کنیم و انتهای نمودار را به این نقطه وصل می‌کنیم.

نکته: هر گاه بخواهیم دو یا چند توزیع را از لحاظ هندسی با یکدیگر مقایسه کنیم رسم نمودار پلی گون مناسب‌تر است.

۷- **نمودار اجایو:** برای رسم روی محور x ها، داده و یا نشان دسته و روی محور y ها فراوانی تجمعی را درج می‌کنیم و بعد نقاط حاصل را به هم وصل می‌کنیم و از خواص این نمودار این است که همواره صعودی است.

۸- **نمودار شاخه و برگ:** فرض کنید داده‌های x_i مفروض‌اند و هر داده حداقل دو رقمی باشد برای تهیه نمودار شاخه و برگ، ارقام داده‌های آماری را به دو بخش تقسیم می‌کنیم: شاخه که شامل یک یا چند رقم اولیه و برگ شامل ارقام باقیمانده است و در مواردی که یک رقم باشد در شاخه از صفر استفاده می‌کنیم.

۹- **نمودار جعبه‌ای:** این نمودار نشان دهنده حداقل و حداکثر داده‌ها و چارک اول و سوم و میانه می‌باشد که به شکل زیر تنظیم می‌شود.



نحوه محاسبه چارک‌ها و میانه در مبحث شاخص‌های مرکزی شرح داده خواهند شد.

شاخص‌های آماری

شاخص‌های آماری به چهار دسته کلی و به صورت زیر تقسیم می‌شوند:

(۱) شاخص‌های مرکزی (۲) شاخص‌های پراکندگی (۳) شاخص‌های نسبی پراکندگی (۴) شاخص‌های شکل توزیع
شاخص‌های مرکزی: این شاخص‌ها میزان تمرکز داده‌ها را نشان می‌دهند. شاخص‌های مرکزی مهم عبارتند از میانگین، میانه، مد و چندک‌ها.

میانگین: میانگین در واقع همان مرکز ثقل یا تعادل داده‌ها می‌باشد و به سه نوع زیر تقسیم می‌شود:

۱- **میانگین حسابی (میانگین):** میانگین حسابی را با نماد $\bar{X}$ یا $\bar{X}_A$ نشان داده و برابر جمع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها می‌باشد و از لحاظ ریاضی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} \text{ در داده های طبقه بندی نشده} \\ \bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{N} \text{ در داده های طبقه بندی شده} \end{array} \right.$$

توجه: برای محاسبه میانگین داده‌های پیوسته، x_i همان نشان دسته می‌باشد.

نکته: اگر میانگین داده‌های x_i برابر $\bar{X}$ باشد آنگاه میانگین داده‌های $ax_i + b$ برابر $a\bar{X} + b$ می‌باشد.

نکته: شرط اینکه $\sum (x_i - a)^2$ دارای کمترین مقدار یا مینیمم باشد این است که $a = \bar{X}$ باشد.

نکته: اگر فراوانی‌ها را k برابر کنیم در این صورت میانگین تغییر نمی‌کند.



نکته: مجموع انحرافات از میانگین صفر است یعنی:

$$\begin{cases} \sum (x_i - \bar{x}) = 0 \\ \sum f_i (x_i - \bar{x}) = 0 \end{cases}$$

مثال: میانگین داده‌های زیر را بدست آورید.

$$x_i : 2, 8, 4, 7, 6, 5, 9, 1, 3, 4$$

حل:

$$\bar{x} = \frac{2+8+4+7+6+5+9+1+3+4}{10} = 4/9$$

مثال: میانگین داده‌های جدول زیر را بدست آورید.

x	5	10	15	30
f _i	4	8	6	7

حل:

$$\bar{x} = \frac{4 \times 5 + 8 \times 10 + 6 \times 15 + 7 \times 30}{4 + 8 + 6 + 7} = 16$$

مثال: میانگین داده‌های جدول فراوانی زیر را بدست آورید؟

حدود دسته	3-5	5-7	7-9	9-11
فراوانی	7	4	3	5

حل: ابتدا نشان دسته‌ها را بدست می‌آوریم.

x	4	6	8	10
f _i	7	4	3	5

$$\bar{x} = \frac{7 \times 4 + 4 \times 6 + 3 \times 8 + 5 \times 10}{7 + 4 + 3 + 5} = 6/63$$

مثال: اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های $5, \frac{1}{4}x_1, \frac{1}{4}x_2, \dots, \frac{1}{4}x_n + 5$ را بدست آورید.

حل:

$$\bar{x} = \frac{1}{4}(12) + 5 = 8$$

۲- میانگین هندسی: این میانگین برای محاسبه متوسط نرخ رشد، درصد و نسبت بکار می‌رود و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \bar{x}_G = \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N} \\ \bar{x}_G = \sqrt[N]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_N^{f_N}} \end{cases}$$

مثال: میانگین هندسی داده‌های $\frac{1}{5}, 5, \frac{1}{3}, 3$ را بدست آورید؟

حل:

$$\bar{x}_G = \sqrt[4]{3 \times \frac{1}{3} \times 5 \times \frac{1}{5}} = 1$$

نکته: رابطه $x_t = x_0 (1 + \bar{x}_G)^t$ برقرار است.

۳- میانگین همساز یا هارمونیک: این میانگین را با $\bar{x}_H$ نشان می‌دهیم و برای داده‌هایی که واحد اندازه‌گیری آن‌ها ترکیبی می‌باشد نظیر سرعت، شتاب و نیرو بکار می‌رود و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_H = \frac{N}{\sum \frac{1}{x_i}} \\ \bar{x}_H = \frac{N}{\sum f_i(\frac{1}{x_i})} \end{array} \right.$$

مثال: اتومبیلی $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت و باقی مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت می‌پیماید متوسط سرعت این اتومبیل در این مسیر را بدست آورید.

حل:

$$\bar{x}_H = \frac{3}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80} + \frac{1}{80}} = \frac{3}{\frac{1}{60} + \frac{1}{40}} = 72 \quad \text{یا} \quad \bar{x}_H = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{60} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{80}} = 72$$

نکته: بین میانگین‌های حسابی و هندسی و هارمونیک رابطه $\bar{x}_H \leq \bar{x}_G \leq \bar{x}_A$ برقرار است و تساوی زمانی برقرار است که همه داده‌ها برابر باشند.

۴- میانگین وزنی: اگر داده x_1 دارای فراوانی یا وزن w_1 و داده x_2 دارای فراوانی یا وزن w_2 ،... باشد، میانگین این داده‌ها از

$$\text{دستور } \bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \text{ بدست می‌آید.}$$

مثال: دانشجویی در درس ریاضی نمره ۱۵ و در درس آمار نمره ۱۲ و در درس اقتصاد نمره ۱۴ گرفته است اگر ریاضی و آمار هر کدام ۴ واحد و اقتصاد ۳ واحد باشد معدل او در این دروس را بدست آورید.

حل:

$$\bar{x} = \frac{4 \times 15 + 4 \times 12 + 3 \times 14}{4 + 4 + 3} = 13/64$$

مد (نما): مد یا نما را با $\hat{x}$ یا MO نشان می‌دهند و داده‌ای است که دارای بیشترین فراوانی مطلق می‌باشد. در ضمن می‌توانیم بیش از یک مد داشته باشیم. اگر فراوانی تمام مشاهدات یکسان باشند، جامعه فاقد مد خواهد بود.

نکته: مد پایدارترین شاخص مرکزی می‌باشد.

نکته: برای پیدا کردن مد از روی جدول، دسته‌ای که دارای بیشترین فراوانی مطلق می‌باشد همان دسته حاوی مد است و بعد از فرمول زیر مد را پیدا می‌کنیم.

$$\hat{x} = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times w$$

که در آن L حد پایین دسته حاوی مد و d_1 اختلاف فراوانی مطلق دسته حاوی مد از دسته قبل و d_2 اختلاف فراوانی مطلق از دسته بعد و w طول دسته می‌باشد.

نکته: اگر مد داده‌های x_i برابر $\hat{x}$ باشد آنگاه مد داده‌های $ax_i + b$ برابر $a\hat{x} + b$ می‌باشد.

مثال: مد داده‌های پیوسته در جدول زیر را بدست آورید.

حدود دسته	۰-۴	۴-۸	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰
فراوانی	۵	۶	۸	۵	۷



حل: دسته سوم همان دسته مددار است لذا:

$$\hat{x} = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times w = 8 + \frac{2}{2+3} \times 4 = \frac{48}{5}$$

میانه: میانه را با $\tilde{x}$ یا Me نشان می‌دهند و مشاهده‌ای است که نیمی از مشاهدات قبل از آن و نیمی از مشاهدات بعد از آن قرار دارند. برای پیدا کردن آن ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم که اگر تعداد داده‌ها فرد باشد میانه همان داده وسطی و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد میانه برابر میانگین دو عدد وسطی است.

نکته: برای پیدا کردن میانه از روی جدول، ابتدا فراوانی تجمعی دسته‌ها را بدست می‌آوریم. اولین دسته‌ای که فراوانی تجمعی آن از نصف تعداد داده‌ها یعنی $\frac{N}{2}$ بیشتر باشد همان دسته حاوی میانه است و بعد از فرمول زیر میانه را بدست می‌آوریم:

$$\tilde{x} = L + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \times w$$

که در آن L حد پایین دسته حاوی میانه و F_{i-1} فراوانی تجمعی دسته قبل و f_i فراوانی مطلق دسته حاوی میانه و w طول دسته است.

نکته: در حالت خاص اگر $\frac{N}{2} = F_i$ باشد حد بالا دسته i ام بیانگر میانه است.

نکته: اگر $\tilde{x}$ میانه داده‌های x_i باشد آنگاه میانه داده‌های $ax_i + b$ برابر $a\tilde{x} + b$ می‌باشد.

نکته: عبارت $\sum |x_i - a|$ به ازاء $a = \tilde{x}$ دارای کمترین مقدار می‌باشد.

مثال: میانه داده‌های زیر را بدست آورید.

الف) $x_i : 2, 2, 3, 5, 7, 9$

$$\tilde{x} = \frac{3+5}{2} = 4$$

حل:

ب) $x_i : 2, 5, 4, 3, 7, 9$

$x_i : 2, 3, 4, 5, 7, 9$

$$\tilde{x} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

حل: ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

مثال: در جدول زیر میانه را بدست آورید.

حدود دسته	۵-۸	۹-۱۲	۱۳-۱۶	۱۷-۲۰
فراوانی	۵	۱۲	۱۴	۱۰

حل: ابتدا حدود دسته‌ها را به شکل پیوسته تبدیل می‌کنیم که در اینجا نصف مقدار ناپیوستگی یعنی $\frac{1}{2} = 0.5$ را از حد پایینی

کم و به حد بالا اضافه می‌کنیم. و در ضمن فراوانی تجمعی را هم بدست می‌آوریم.

حدود دسته	۴/۵-۸/۵	۸/۵-۱۲/۵	۱۲/۵-۱۶/۵	۱۶/۵-۲۰/۵
f_i	۵	۱۲	۱۴	۱۰
F_i	۵	۱۷	۳۱	۴۱

$$\frac{N}{2} = \frac{41}{2} = 20.5 < 31$$

$$\tilde{x} = 12/5 + \frac{20.5 - 17}{14} \times 4 = 13/5$$

رابطه بین میانگین و میانه و مد:

۱- اگر میانگین و میانه و مد بر هم منطبق باشند توزیع متقارن است.

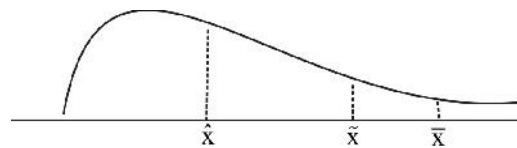
$$\bar{X} = \tilde{X} = \hat{X}$$



۲- توزیع را چوله گویند اگر از حالت تقارن خارج شود که در اینجا دو حالت زیر ممکن است اتفاق افتد.

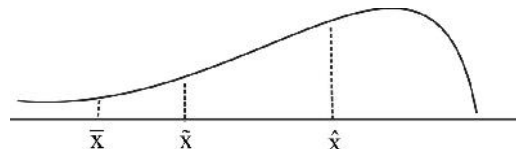
الف) چولگی ممکن است به راست (مثبت) باشد.

$$\hat{X} < \tilde{X} < \bar{X}$$



ب) چولگی ممکن است به چپ (منفی) باشد.

$$\bar{X} < \tilde{X} < \hat{X}$$



نکته: در صورتیکه توزیع از چولگی معقول برخوردار باشد بین میانگین و میانه و مد تقریباً رابطه زیر برقرار است.

$$\bar{X} - \hat{X} \cong 3(\bar{X} - \tilde{X})$$

مثال: میانگین و میانه در جامعه‌ای به ترتیب ۳۰ و ۲۵ می‌باشد. اگر توزیع جامعه از چولگی معقول برخوردار باشد مد کدام است؟

حل:

$$\bar{X} - \hat{X} \cong 3(\bar{X} - \tilde{X}) \Rightarrow 30 - \hat{X} = 3(30 - 25) \Rightarrow \hat{X} = 15$$

چندک‌ها: چندک‌ها دامنه تغییرات را به چند قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. مهم‌ترین چندک‌ها عبارتند از چارک‌ها، دهک‌ها و

صدک‌ها. چارک‌ها دامنه تغییرات را به چهار دسته مساوی تقسیم می‌کنند. چارک اول شاخصی است که $\frac{1}{4}$ مشاهدات قبل از آن و

$\frac{3}{4}$ مشاهدات بعد از آن قرار دارند. چارک دوم شاخصی است که $\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ مشاهدات قبل از آن و $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ مشاهدات بعد از آن قرار

دارند. (چارک دوم همان میانه است) و چارک سوم شاخصی است که $\frac{3}{4}$ مشاهدات قبل از آن و $\frac{1}{4}$ مشاهدات بعد از آن قرار دارند.

دهک‌ها و صدک‌ها به روشی مشابه تعریف می‌شوند. چارک a ام را با Q_a ، دهک b ام را با P_b و صدک C ام را با D_C نمایش می‌دهیم. برای پیدا کردن چارک‌ها در داده‌های طبقه‌بندی نشده ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots$ مرتب می‌کنیم و

سپس $\frac{aN}{4}$ را محاسبه می‌کنیم. اگر k قسمت صحیح و s قسمت اعشاری عدد $\frac{aN}{4}$ باشد، مقدار چارک موردنظر از رابطه

$$X_{(k)} + S(X_{(k+1)} - X_{(k)})$$

نکته: اگر $\frac{aN}{4}$ عددی صحیح مانند k باشد، چارک موردنظر برابر $X_{(k)}$ خواهد بود.

نکته: برای محاسبه دهک‌ها $\frac{aN}{10}$ و برای محاسبه صدک $\frac{aN}{100}$ را محاسبه می‌کنیم.

نکته: اگر $k = 0$ یا $k = n$ باشد می‌گوییم چندک موردنظر دارای مفهوم نمی‌باشد.



نکته: برای پیدا کردن چندک از روی جدول ابتدا فراوانی تجمعی را بدست می‌آورید، اولین دسته‌ای که فراوانی تجمعی آن از $\frac{aN}{4}$ یا $\frac{aN}{10}$ یا $\frac{aN}{100}$ بیشتر باشد شامل چندک a ام است، سپس از فرمول زیر چندک مورد نظر را بدست می‌آوریم.

$$\begin{cases} Q_a = L + \frac{\frac{aN}{4} - F_{i-1}}{f_i} \times w \\ P_a = L + \frac{\frac{aN}{10} - F_{i-1}}{f_i} \times w \\ D_a = L + \frac{\frac{aN}{100} - F_{i-1}}{f_i} \times w \end{cases}$$

نکته: در حالت خاص Q_1, P_5, D_5, Q_9 بیانگر میانه می‌باشند.

تعاریف خاص: اگر Q_1 چارک اول و Q_3 چارک سوم باشد $IQR = Q_3 - Q_1$ را دامنه میان چارکی و $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ را انحراف چارک‌ها می‌نامیم.

نکته: از آنجایی که چارک‌ها و دهک‌های مختلف با ضرایبی از صدک‌ها بدست می‌آید می‌توان همواره صدک مورد نیاز را بدست آورد و از حفظ کردن فرمول‌های دیگر خودداری کرد.

مثال: در داده‌های زیر چارک اول و دهک هفتم و صدک دهم را بدست آورید.

$$x_i: 20, 30, 20, 40, 50, 90, 80, 100$$

حل: ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم:

$$x_i: 20, 20, 30, 40, 50, 80, 90, 100$$

توجه کنید که $N = 8$ می‌باشد، برای محاسبه چارک اول $\frac{aN}{4} = \frac{1 \times 8}{4} = 2$ می‌باشد بنابراین برای محاسبه دهک هفتم $\frac{aN}{10} = \frac{7 \times 8}{10} = 5.6$ می‌باشد. بنابراین $k = 5$ و $s = 0.6$ می‌باشد بنابراین $P_7 = x_{(5)} + 0.6(x_{(6)} - x_{(5)}) = 50 + 0.6(80 - 50) = 68$ می‌باشد بنابراین صدک دهم $\frac{aN}{100} = \frac{10 \times 8}{100} = 0.8$ می‌باشد. بنابراین صدک دهم دارای مفهوم نمی‌باشد.

$$Q_1 = x_{(2)} = 20$$

مثال: در جدول زیر چارک اول را بدست آورید.

حدود دسته	۱-۵	۵-۹	۹-۱۳	۱۳-۱۷
فراوانی	۹	۸	۱۱	۱۴

حل: ابتدا فراوانی تجمعی را بدست می‌آوریم:

C.L	۱-۵	۵-۹	۹-۱۳	۱۳-۱۷
f_i	۹	۸	۱۱	۱۴
F_i	۹	۱۷	۲۸	۴۲

$$\frac{aN}{4} = \frac{(1)(42)}{4} = 10.5 < 17$$

$$Q_a = L + \frac{\frac{aN}{4} - F_{i-1}}{f_i} \times w$$

$$Q_1 = 5 + \frac{10.5 - 9}{8} \times 4 = \frac{23}{4}$$

مثال: اگر $\bar{x} = 25$, $Q_1 = 20$, $Q_3 = 40$ باشد در این حالت انحراف چارکها را بدست آورید؟
حل:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{40 - 20}{2} = 10$$

شاخصهای پراکندگی:

این شاخصها برای تعیین میزان پراکندگی دادهها مورد استفاده قرار میگیرند و به انواع زیر تقسیم میشوند:
دامنه تغییرات: عبارتست از اختلاف کمترین داده از بیشترین داده یعنی:

$$\begin{cases} R = X_{\max} - X_{\min} \\ R = X_{\max} - X_{\min} + \alpha \end{cases}$$

که در آن α دقت اندازهگیری مشاهدات می باشد و برای دادههای گسسته $\alpha = 0$ می باشد.

نکته: اگر R عددی بزرگ باشد نمیتوان گفت که پراکندگی دادهها زیاد است. اما اگر R کوچک باشد پراکندگی دادهها کم می باشد و اگر دامنه تغییرات صفر باشد در این صورت پراکندگی نداریم و یا همه دادهها با هم برابرند.

نکته: اگر دادهها را با عددی ثابت جمع کنیم در این صورت دامنه تغییرات عوض نمیشود و اگر دادهها را در عددی ثابت ضرب کنیم در این صورت دامنه تغییرات هم در آن عدد ضرب می شود.

مثال: دامنه تغییرات دادههای ۲, ۵, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۰ را بدست آورید.

حل:

$$R = 10 - 2 = 8$$

انحراف از میانگین یا میانگین قدر مطلق انحراف مرکزی: میانگین (قدر مطلق) انحراف مرکزی را با A.D نشان می دهیم و از دستور زیر بدست می آوریم.

$$\begin{cases} A.D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N} \\ A.D = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N} \end{cases}$$

نکته: در پیدا کردن A.D از روی جدول ابتدا مرکز دسته یعنی x_i را بدست می آوریم و بعد از فرمول $A.D = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$ استفاده می کنیم.

نکته ۲۶: اگر $A.D = 0$ باشد آنگاه همه دادهها با هم برابرند.

مثال: اگر انحراف از میانگین دادههای $x_1, x_2, x_3, x_4 = 5$ برابر صفر باشد. میانگین دادههای $1, 10, 3x_2 + 4, 5$ کدام است؟
حل:

$$A.D = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = 5 \Rightarrow$$

$$\bar{x} = \frac{(2x_1 + 1) + (3x_2 + 10) + 4 + 5}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{11 + 25 + 4 + 5}{4} = \frac{45}{4} = 11.25$$

واریانس (پراش) و انحراف معیار: واریانس دادهها را با نماد σ^2 یا var نشان می دهیم و به شکل های زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{cases} \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} \\ \sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} \end{cases}$$

و در ضمن جذر واریانس یعنی σ را انحراف معیار گویند.



نکته: واریانس داده‌ها از فرمول زیر هم قابل محاسبه است.

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \\ \sigma^2 &= \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \end{aligned} \right.$$

واحد اندازه‌گیری واریانس مربع واحد اندازه‌گیری مشاهدات و واحد اندازه‌گیری انحراف معیار برابر واحد اندازه‌گیری مشاهدات می‌باشد، بنابراین انحراف معیار شاخص مناسب‌تری نسبت به واریانس می‌باشد.

نکته: واریانس n عدد صحیح متوالی از دستور $\frac{n^2-1}{12}$ بدست می‌آید.

نکته: اگر σ, σ^2 به ترتیب واریانس و انحراف معیار داده‌های x_i می‌باشد آنگاه واریانس و انحراف معیار داده‌های $ax_i + b$ برابر $\sigma^2, a^2\sigma^2$ می‌باشد.

نکته: اگر واریانس یا انحراف معیار داده‌ها برابر صفر باشد آنگاه این داده‌ها با هم برابرند.

نکته: واریانس یک نمونه n تایی از جامعه از دستور $S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ بدست می‌آید. اگر میانگین جامعه یعنی μ معلوم باشد

واریانس نمونه از دستور $S_b^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}$ بدست می‌آید.

مثال: انحراف معیار داده‌های زیر را بدست آورید.

الف) ۱۳۸۰، ۱۳۸۱، ۱۳۸۲، ۱۳۸۳، ۱۳۸۴

حل:

$$\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12} = \frac{5^2-1}{12} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

ب) ۱۳۸۰، ۱۳۸۲، ۱۳۸۴

حل: ابتدا داده‌ها را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$1380 = 1380 + 0, \quad 1382 = 1380 + 2, \quad 1384 = 1380 + 4$$

پس بنابر نکات درس کافی است واریانس اعداد ۰، ۲، ۴ را بدست آوریم.

$$\delta^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{0+4+16}{3} - \left(\frac{0+2+4}{3}\right)^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

مثال: اگر واریانس داده‌های $x_1, \dots, x_r, x_1$ برابر ۵ باشد انحراف معیار داده‌های $2x_n + 1, \dots, 2x_r + 1, 2x_1 + 1$ را بدست آورید.

حل:

$$\sigma^2 = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$y_i = 2x_i + 1 \Rightarrow \sigma_y = |2| \sigma_x = 2\sqrt{5}$$

نکته: در صورتی که کران پایین طبقه اول یا کران بالای طبقه آخر مشخص نباشد انحراف چارک‌ها $\left(\frac{Q_3 - Q_1}{4}\right)$ به عنوان پارامتر پراکندگی معرفی می‌شود.

شاخص‌های نسبی پراکندگی:

ضریب تغییرات: عبارتست از انحراف معیار به روی میانگین یعنی:

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

نکته: برای تشخیص پراکندگی دو جامعه غیر همگن از ضریب تغییرات استفاده می‌شود، دلیل این امر این است که ضریب تغییرات واحد ندارد.

نکته: اگر همه داده‌ها را در عددی مثبت ضرب کنیم در این صورت ضریب تغییرات عوض نمی‌شود و اگر در عددی منفی ضرب کنیم علامت ضریب تغییرات عوض می‌شود و اگر داده‌ها را با عدد مثبت جمع کنیم ضریب تغییرات کوچک و اگر با عدد منفی جمع کنیم ضریب تغییرات بزرگ می‌شود.

خطای برآورد میانگین: خطای برآورد میانگین n داده را با $\bar{X}$ نشان داد و از دستور $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ بدست می‌آید.

مثال: اگر $\sum_{i=1}^{10} x_i = 60$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$ باشد ضریب تغییرات این داده‌ها را بدست آورید؟

حل:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{400}{10} - \left(\frac{60}{10}\right)^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

$$\bar{x} = \frac{60}{10} = 6$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

شاخص‌های شکل توزیع

شاخص‌های شکل توزیع تقارن و یا کشیدگی مشاهدات را بررسی می‌کنند.

ضریب چولگی کارل پیرسون: ضریب چولگی کارل پیرسون یک از دستور $SK_1 = \frac{\bar{x} - \hat{x}}{\sigma}$ و ضریب چولگی کارل پیرسون دو از

$$\text{دستور } SK_2 = \frac{3(\bar{x} - \tilde{x})}{\sigma} \text{ بدست می‌آید.}$$

نکته: اگر $|SK| \leq 0.1$ باشد توزیع تقریباً نرمال و متقارن می‌باشد، اگر $0.1 < SK \leq 0.5$ باشد چولگی توزیع اندک و اگر $SK \geq 0.5$ چولگی توزیع زیاد است. همچنین منفی بودن SK نشان‌دهنده چولگی چپ و مثبت بودن آن نشان‌دهنده چولگی راست مشاهدات می‌باشد.

مثال: در جامعه‌ای واریانس ۸۱ و چارک دوم ۸۳ و میانگین ۸۳/۶ می‌باشد ضریب چولگی این توزیع را بدست آورید؟

حل:

$$\bar{x} = 83/6, \tilde{x} = Q_2 = 83, \sigma^2 = 81 \Rightarrow \sigma = 9$$

$$SK = \frac{3(\bar{x} - \tilde{x})}{\sigma} = \frac{3(83/6 - 83)}{9} = 0.2$$

نکته: در حالتی که توزیع از چولگی معقول برخوردار است داریم $SK_1 = SK_2$ و آن را با نماد sk نمایش می‌دهیم.

ضریب چولگی: می‌توان ضریب چولگی را از فرمول $SK_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ پیدا کرد که μ_k را گشتاور مرکزی مرتبه k ام گویند و به شکل

زیر تعریف می‌کنند:

$$\mu_k = E[(x - \mu)^k] = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k}{N}$$

در حالت خاص $\mu_2 = \sigma^2$

نکته: اگر $SK_3 = 0$ باشد توزیع متقارن و اگر $SK_3 < 0$ توزیع چوله به چپ و اگر $SK_3 > 0$ باشد توزیع چوله به راست می‌باشد.



ضریب کشیدگی: شاخص کشیدگی، پخی داده‌ها را نسبت به منحنی نرمال استاندارد بررسی می‌کند. (توزیع نرمال در فصل‌های

آینده معرفی می‌شود). ضریب کشیدگی از فرمول $B_1 = \frac{\mu_f}{\sigma^3}$ یا $B_7 = \frac{\mu_f}{\sigma^3} - 3$ بدست می‌آید.

نکته: اگر $B_7 = 0$ توزیع نرمال است و اگر $B_7 < 0$ باشد بلندی توزیع کوتاه‌تر از بلندی توزیع نرمال استاندارد و اگر $B_7 > 0$ باشد بلندی توزیع از توزیع نرمال استاندارد بیشتر است.

مثال: اگر گشتاور مرکزی مرتبه چهارم ۱۶۲ و گشتاور مرکزی مرتبه دوم ۹ باشد ضریب کشیدگی توزیع را بدست آورید؟

حل:

$$\mu_f = 162, \mu_2 = 9 \Rightarrow \sigma^2 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$B_7 = \frac{\mu_f}{\sigma^3} = \frac{162}{81} = 2$$

مثال: در جامعه‌ای به حجم $N = 10$ کمیت‌های زیر بدست آمده است ضریب کشیدگی توزیع را بدست آورید؟

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^4 = 35, \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 10$$

حل:

$$\mu_f = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^4}{10} = \frac{35}{10} = 3.5$$

$$\mu_2 = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{10} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow \sigma^2 = 1$$

$$B_7 = \frac{\mu_f}{\sigma^3} = \frac{3.5}{(1)^3} = 3.5 \quad \text{یا} \quad B_7 = 3.5 - 3 = 0.5$$



سؤالات چهار گزینه‌ای فصل اول

- ۱- کدام نمودار برای نمایش مشاهدات کمی طبقه‌بندی نشده بکار می‌رود؟
 (۱) پاره‌تو (۲) چندضلعی (۳) شاخه و برگ (۴) بافت نگار (مدیریت - ۸۱)
- ۲- کدام دسته از فنون آماری زیر بر فرض آزاد از توزیع بنا شده‌اند؟
 (۱) پارامتریک (۲) ناپارامتریک (۳) توصیفی (۴) استنباطی (مدیریت - ۸۲)
- ۳- کدام یک از نمودارها برای تحلیل اکتشافی مشاهدات استفاده می‌شود؟
 (۱) جعبه‌ای (۲) پاره‌تو (۳) دایره‌ای (۴) بافت نگار (مدیریت - ۸۲)
- ۴- کدامیک از نمودارهای آماری زیر برای توصیف داده‌ها با مقیاس اسمی مناسب‌تر است؟
 (۱) جعبه‌ای (۲) شاخه و برگ (۳) پاره‌تو (۴) چند ضلعی (حسابداری - ۷۹)
- ۵- بهترین نمایش تصویری برای مقایسه دو مجموعه داده اسمی کدام است؟
 (۱) جعبه‌ای (۲) بافت نگار (۳) نمودار میله‌ای (۴) چند ضلعی (حسابداری - ۸۱)
- ۶- کدام یک از پارامترهای زیر بیش‌تر تحت تأثیر انحرافات بزرگ است؟
 (۱) واریانس (۲) نیم دامنه (۳) انحراف چارکی (۴) انحراف متوسط از میانگین (حسابداری - ۸۲)
- ۷- کدام یک از نمودارهای زیر از نوع تحلیل اکتشافی است؟
 (۱) میله‌ای (۲) اجایو (۳) بافت نگار (۴) شاخه و برگ (حسابداری - ۸۲)
- ۸- نظر گروهی از سواد آموزان راجع به زمان پخش برنامه نهضت سوادآموزی از سیمای جمهوری اسلامی جمع آوری شده است کدام شاخص مرکزی برای آن داده‌ها مناسب‌تر است؟
 (۱) میانگین (۲) میانه (۳) نما (۴) چارک اول (اقتصاد - ۷۳)
- ۹- برای مقایسه دو توزیع فراوانی مربوط به حقوق پرداختی به کارگران مرد و زن در یک کارخانه، کدام یک از نمودارهای زیر مناسب‌تر است؟
 (۱) پلی گون (چند گوش) فراوانی نسبی (۲) نمودار میله‌ای فراوانی مطلق (۳) نمودار تجمعی (ogire) فراوانی مطلق (۴) هیستوگرام (بافت نگار) فراوانی نسبی (اقتصاد - ۷۷)
- ۱۰- برای محاسبه متوسط نرخ رشد تولید ناخالص ملی در پنج ساله گذشته از کدام شاخص استفاده می‌شود؟
 (۱) میانگین حسابی ساده (۲) میانگین حسابی موزون (۳) میانگین هارمونیک (۴) میانگین هندسی (اقتصاد - ۷۷)
- ۱۱- کدام تعریف برای صفت مشخصه صحیح است؟
 (۱) صفتی است که اندازه‌گیری آن از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.
 (۲) صفتی است که قابل اندازه‌گیری است.
 (۳) صفت مشترک برای افراد جامعه است.
 (۴) صفتی که قابل شمارش باشد. (مدیریت - ۷۲)



۱۲- کدام یک از معیارهای زیر برای تعیین نوع کالایی که در بازار بیشترین متقاضی را داشته باشد مناسب‌تر است؟

(مدیریت - ۷۴)

(۱) میانه (۲) نما (۳) میانگین حسابی (۴) میانگین موزنی

۱۳- سرمایه شرکتی در سال ۱۳۶۴، ۲ میلیون تومان، در سال ۱۳۶۵، ۴ میلیون تومان و در سال ۱۳۶۶، ۳۲ میلیون تومان بوده است. به طور متوسط این شرکت هر سال نسبت به سال قبل چند برابر سود داشته است؟

(مدیریت - ۷۵)

(۱) ۳/۸۴ (۲) ۴ (۳) $\frac{38}{4}$ (۴) $(256)^{\frac{1}{2}}$

۱۴- جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید، اگر $N = 28, \mu = 2$ باشد مقادیر b, a عبارتند از: (اقتصاد - ۸۱)

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
f_i	۳	a	۱۰	b	۳

(۱) $a = b = 6$ (۲) $a = 5, b = 7$ (۳) $a = b = 7$ (۴) $a = 4, b = 8$

۱۵- اگر میانگین x_1 تا x_N برابر μ_x و میانگین y_1 تا y_k برابر μ_y باشد و داشته باشیم $\mu_y = a\mu_x$ در آن صورت

(مدیریت - ۷۴)

مقدار $\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{\sum_{i=1}^k y_i}$ کدام است؟

(۱) $\frac{N}{ka}$ (۲) $k\mu_y$ (۳) $N\mu_x$ (۴) $N\mu_y$

۱۶- اگر میانگین داده‌های $3, 2x_1 - 3, 2x_2 - 3, \dots, 2x_r - 3$ برابر ۲۹ باشد آنگاه $\sum x_i$ کدام خواهد بود؟ (حسابداری - ۷۷)

(۱) ۲۸۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۶۴۰

۱۷- میزان سود شرکت سهامی بتا در پنج سال گذشته بر حسب درصد فروش به ترتیب ۳، ۴، ۴، ۳، ۲ می‌باشد. کدام یک از کمیت‌های زیر به عنوان شاخص مرکزی وضع سودآوری شرکت را بهتر نشان می‌دهد. (اقتصاد - ۷۰)

(۱) ۲/۵ (۲) ۳/۲ (۳) ۴ (۴) ۳/۱

۱۸- اگر در طی دوره دو ساله نرخ تورم به ترتیب ۲۱٪ و ۴۴٪ باشد میانگین نرخ تورم در طی دوره مذکور برابر است با:

(اقتصاد - ۷۱)

(۱) ۳۳٪ (۲) ۳۲٪ (۳) ۳۰٪ (۴) ۳۲/۵٪

۱۹- قیمت سهام یک کارخانه از ۱۰۰ ریال در سال ۱۳۷۰ به ۱۶۰۰ ریال در سال ۱۳۷۴ رسیده است متوسط نرخ افزایش قیمت سهام در این دوره چقدر است؟ (اقتصاد - ۷۶)

(۱) ۱۰۰٪ (۲) ۲۰۰٪ (۳) ۱۰٪ (۴) ۲۰٪

۲۰- اتومبیلی مسیری را با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت طی کرده است $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر و باقی

مانده را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر برگشته است متوسط سرعت این اتومبیل چقدر بوده است؟ (مدیریت - ۸۲)

(۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۱/۴ (۴) ۱۰۲/۸

۲۱- داده‌های طبقه‌بندی شده زیر را در نظر بگیرید، مقدار مد را محاسبه کنید: (مدیریت - ۷۶)

C.L	-۱۰-۰	۰-۱۰	۱۰-۲۰
f_i	۳۰	۲۰	۲۰

(۱) -۱۰ (۲) ۲/۵ (۳) -۲/۵ (۴) ۰

۲۲- میانه داده‌های جدول زیر کدام است؟ (مدیریت ۷۳ و صنایع - ۸۱)

C.L (فاصله طبقات)	۲۰-۲۹	۳۰-۳۹	۴۰-۴۹
f_i (فراوانی)	۳	۶	۷

(۱) ۳۴/۶ (۲) ۳۴/۵ (۳) ۳۷/۸ (۴) ۳۷/۳

۲۳- خاصیت مهم میانه برای داده‌های آماری عبارت است از مجموع: (حسابداری - ۷۸)

- (۱) انحرافات از میانه صفر است.
- (۲) مجذور انحرافات از میانه حداقل است.
- (۳) قدر مطلق انحرافات از میانه صفر است.
- (۴) قدر مطلق انحرافات از میانه از مجموع قدر مطلق انحرافات از هر عدد دیگری کمتر است.

۲۴- جمعیت خانواده‌های یک روستا به صورت زیر است؟ (حسابداری - ۸۲)

جمعیت خانواده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
تعداد	۵	۱۰	۴۰	۲۵	۱۵	۵	۱۰۰

میانه جمعیت خانواده چقدر است.

(۱) ۳ (۲) ۳۲/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴

۲۵- حقوق پرداختی به کارمندان شرکت آلفا به طور متوسط ۱۵ هزار تومان با انحراف معیار ۳ هزار تومان است اگر ۲۰٪ به میانگین حقوق کارمندان اضافه شود به ترتیب میانگین و انحراف معیار حقوق پرداختی چقدر خواهد بود؟

(اقتصاد - ۷۰)

(۱) ۱۵/۳ و ۳ (۲) ۱۵/۳ و ۳/۶ (۳) ۱۸ و ۳ (۴) ۱۸ و ۳/۶

۲۶- جدول مقابل توزیع فراوانی فروش یک شرکت را نشان می‌دهد میانگین و انحراف معیار فروش به ترتیب چقدر است؟

(اقتصاد - ۷۰)

فروش به هزار تومان	تعداد روزها
۲۰ تا کمتر از ۳۰	۱۰
۳۰ تا کمتر از ۴۰	۲۵
۴۰ تا کمتر از ۵۰	۱۵

(۱) ۳۵ و ۸/۶
(۲) ۳۶ و ۵۷
(۳) ۳۶ و ۷
(۴) ۳۵ و ۹



۲۷- میانگین نمرات آمار و واریانس آنها در دو کلاس به صورت زیر است:

کلاس	۱	۲
تعداد دانشجو N_i	۲۰	۳۰
میانگین نمرات μ_i	۱۵	۱۰
واریانس نمرات σ_i^2	۱۷	۱۲

میانگین و واریانس نمرات کل دانشجویان دو کلاس چقدر است؟ (اقتصاد - ۸۱)

- (۱) ۱۲/۵ و ۲۰ (۲) ۱۲ و ۲۰ (۳) ۱۲/۵ و ۳۵ (۴) ۱۲ و ۳۵

۲۸- اگر واریانس ۵ عدد ۱۴ و $\sum x_i^2 = ۳۹۰$ باشد میانگین اعداد برابر است با: (مدیریت - ۷۸)

- (۱) ۵/۱۲ (۲) ۳/۲ (۳) ۲/۵۶ (۴) ۸

۲۹- اگر μ_x میانگین $x_1, x_2, \dots, x_n$ باشد واریانس مشاهدات $(-\frac{x_1}{2} + ۳), \dots, (-\frac{x_n}{2} + ۳)$ کدام است؟

(حسابداری - ۸۱)

- (۱) $-\frac{1}{4}\sigma_x^2$ (۲) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2 + ۳$ (۳) $\frac{1}{4}\sigma_x^2 + ۳$ (۴) $\frac{1}{4}\sigma_x^2$

۳۰- واریانس نمونه متشکل از سه عدد ۵۶۷۹۲۱۱۲۲, ۵۶۷۹۲۱۱۲۴, ۵۶۷۹۲۱۱۲۰ کدام است؟ (اقتصاد - ۷۹)

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{25124}{3}$ (۴) ۲۵۱۱۲

۳۱- داده‌های زیر در دست است، ۹۸۷۵۰, ۹۸۷۵۰, ۹۸۷۵۰ انحراف معیار این داده‌ها برابر است با: (مدیریت - ۷۴)

- (۱) ۹۸۷۵۰ (۲) ۹۸۷۵۰ (۳) ۱ (۴) ۰

۳۲- واریانس داده‌ها با جدول فراوانی زیر کدام است؟ (حسابداری - ۷۷)

x_i	-۱	۰	۱	۲
f_i	۲	۳	۴	۱

- (۱) ۰/۷۶ (۲) ۰/۷۸ (۳) ۰/۸۲ (۴) ۰/۸۴

۳۳- از روی توزیع صفت متغیر x در جامعه کمیت‌های زیر محاسبه شده است.

$$N=۱۰۰, \sum f_i(x_i - \bar{x})^2 = ۳۶, \sum f_i x_i = ۱۲۰۰$$

ضریب تغییرات صفت متغیر x کدام است؟ (اقتصاد - ۷۱)

- (۱) ۵٪ (۲) ۴٪ (۳) ۲٪ (۴) ۶٪

۳۴- میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب ۵۰ هزار تومان و ۲۰ هزار تومان است اگر حقوق‌ها در

این سازمان ۲۵ درصد افزایش یابند ضریب تغییرات حقوق چه خواهد شد؟ (اقتصاد - ۷۸)

- (۱) نصف خواهد شد. (۲) تغییر نخواهد کرد. (۳) چهار برابر خواهد شد. (۴) ۲۵ درصد افزایش خواهد یافت.



۳۵- دستگاه A در اندازه‌گیری مکرر از شی واحدی دارای واریانس $\sigma^2 = 9$ بوده است دستگاه B در اندازه‌گیری مکرر از همان شی دارای واریانس $\sigma^2 = 25$ بوده است.

(مدیریت - ۷۴)

(۱) دستگاه A دقیق‌تر است.

(۲) دستگاه B دقیق‌تر است.

(۳) دستگاه A اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه B بدست می‌دهد.

(۴) دستگاه B اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه A می‌دهد.

۳۶- میانگین سن یک گروه ۱۲ سال و ضریب تغییرات سن آنان ۲۰ درصد است انحراف معیار سن آنان چقدر است؟

(مدیریت - ۷۹)

۲۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲/۴ (۲)

۰/۶ (۱)

۳۷- در یک توزیع با چولگی خفیف میانگین حسابی $52/4$ و میانه $md = med = 51/8$ به دست آمده است مد یا نمای توزیع کدام است؟

(اقتصاد - ۷۴ و مدیریت - ۷۱)

۵۱/۶ (۴)

۵۴/۲ (۳)

۵۰/۶ (۲)

۵۳/۶ (۱)

۳۸- در جامعه‌ای پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر بدست آمده است.

$$n = 10, \sum x_i = 20, \sum x_i^2 = 200$$

اگر مد (نما) توزیع برابر ۳ بدست آمده باشد ضریب چولگی پیرسون و تفسیر آن کدام است؟

(اقتصاد - ۷۷)

(۱) $SK = -0/5$ ، توزیع دارای چولگی شدید و چپ است.

(۲) $SK = -0/25$ ، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و چپ است.

(۳) $SK = 0/25$ ، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و راست است.

(۴) $SK = 0/5$ ، توزیع دارای چولگی شدید و راست است.

۳۹- اگر $N = 50, \sum x_i^2 = 3250, \mu_x = 7, \sum (x_i - \mu_x)^2 = 96$ باشد ضریب چولگی جامعه کدام است؟

(مدیریت - ۷۳)

۲/۳ (۴)

۱/۹۶ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۴۰- در جامعه‌ای به حجم $n = 10$ کمیت‌های زیر محاسبه شده است:

$$\sum n_i x_i = 40, \sum n_i x_i^2 = 400, \sum n_i x_i^3 = 600$$

(مدیریت - ۷۱)

گشتاور مرکزی مرتبه سوم (μ_3) کدام است؟

۴۸۵ (۴)

-۵۴۸ (۳)

۲۹۲ (۲)

-۲۹۲ (۱)

۴۱- اگر $N = 1000, \sum f_i (x_i - \mu_x)^4 = 5000$ و انحراف معیار جامعه ۲ باشد مقدار ضریب کشیدگی کدام است؟

(مدیریت - ۷۸)

۲/۵۳ (۴)

۰/۳۱ (۳)

-۲/۵۳ (۲)

-۲/۶۹ (۱)

۴۲- کشیدگی (kurtosis) چندکی و گشتاوری توزیع نرمال به ترتیب از چپ به راست کدام است؟

(مدیریت - ۸۰)

(۳, ۳) (۴)

(۰/۲۶۳, ۰/۲۶۳) (۳)

(۰/۲۶۳, ۳) (۲)

(۰, ۰) (۱)



۴۳- جدول طبقه‌بندی زیر داده شده است، چارک سوم را محاسبه کنید.

C.L فاصله طبقاتی	۱۰-۲۰	۲۰-۳۰	۳۰-۴۰
n_i (فراوانی)	۱۰	۳۰	۲۰

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰/۵ (۳) ۳۲/۵ (۴) ۴۵

۴۴- در جدول زیر دهک دوم برابر چند است؟ (مدیریت - ۸۰)

C.L	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-۷۰
f	۵	۱۸	۷

(۱) ۴۸/۲ (۲) ۵۱/۵ (۳) ۵۰/۵۵ (۴) ۶۲/۳۸

۴۵- در جامعه‌ای به حجم $n = ۲۰$ پس از محاسبات لازم کمیت‌های زیر بدست آمده است:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = ۱۶۲۰, \sum (x_i - \bar{x}) = ۳۲۸$$

ضریب چولگی توزیع کدام است؟ (اقتصاد - ۷۱)

(۱) ۰/۰۴۴۹ (۲) -۰/۰۴۴۹ (۳) ۰/۰۲۲ (۴) -۰/۰۲۲

۴۶- با توجه به جدول زیر، سرمایه‌گذاری در کدام شرکت مناسب‌تر است؟ (اقتصاد - ۷۳)

شاخص	الف	ب	ج
میانگین سود	۷	۵	۷
انحراف معیار سود	۲	۱	۲
ضریب چولگی پیرسون	۴	۰	-۴

(۱) الف

(۲) ب

(۳) ج

(۴) تفاوتی ندارد.

۴۷- در توزیعی با چولگی منفی انتظار می‌رود که کمترین مقدار را داشته باشد (اقتصاد - ۸۱)

(۱) دامنه تغییرات (۲) میانه

(۳) میانگین (۴) نما

۴۸- توزیع صفت متغیر X در جامعه‌ای به صورت جدول زیر بدست آمده است. (اقتصاد - ۷۷)

فاصله طبقاتی $x_i - x_{i+1}$	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰
f_i	۱	۱	۵	۳

اگر انحراف معیار توزیع فوق $\sigma = ۱/۸$ باشد ضریب چولگی پیرسون و تفسیر آن کدام است.

(۱) $SK = -۰/۸۷$ ، توزیع دارای چولگی شدید و چپ است.

(۲) $SK = -۰/۲۷$ ، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و راست است.

(۳) $SK = -۰/۳۳$ ، توزیع دارای چولگی غیر قابل اغماض و چپ است.

(۴) $SK = -۰/۸۷$ ، توزیع دارای چولگی شدید و راست است.

۴۹- فروش بنگاهی در سالهای ۱۳۷۳ تا ۱۳۷۷ به ترتیب ۵، ۱۰، ۲۰، ۴۰، ۸۰ میلیون تومان بوده است متوسط نرخ رشد

سالیانه فروش بنگاه و توزیع آن دارای چولگی است. (اقتصاد - ۷۹)

(۱) ۱۰۰٪ و مثبت (۲) ۱۰۰٪ و منفی

(۳) ۲۰۰٪ و مثبت (۴) ۲۰۰٪ و منفی

۵۰- در منحنی‌هایی که دارای چولگی به سمت چپ می‌باشند کدام مورد صادق است؟ (مهندسی کشاورزی - ۷۶)

- (۱) میانه > میانگین > مد
(۲) میانه < میانگین < مد
(۳) میانگین > میانه > مد
(۴) میانگین < میانه < مد

۵۱- مد صفتی برابر با ۱۸۲ و میانگین آن ۱۴۰ است این توزیع (ریاضی - ۷۶)

- (۱) بیشتر در سمت چپ چولگی دارد.
(۲) بیشتر در سمت راست چولگی دارد.
(۳) به شکل U است.
(۴) متقارن است.

۵۲- جدول توزیع فراوانی زیر را داریم که X تعداد فرزندان خانوار و f تعداد خانوارهای X فرزندی را در نمونه نشان می‌دهد.

(برق - ۷۸)

X	۰	۱	۲	۳	۴
f	۲۸	۴۰	۲۰	۸	۴

ضریب چولگی و کشیدگی (به ترتیب (γ_1, γ_2)) چیست؟

- (۱) $(۰/۹۶, ۰/۹۶۱۶)$
(۲) $(۰/۹۶, ۳/۹۶۱۶)$
(۳) $(۳/۹۶, ۰/۹۶)$
(۴) $(۳/۹۶۱۶, ۰/۹۶)$

۵۳- در جامعه‌ای با حجم $N=100$ کمیت‌های زیر بدست آمده است:

$$\sum n_i (x_i - \bar{x})^2 = 2500, \quad \sum n_i (x_i - \bar{x})^3 = 190000$$

(صنایع - ۸۰)

کدام مورد در مورد تغییر کشیدگی توزیع است؟

- (۱) توزیع از توزیع نرمال کشیده‌تر است.
(۲) توزیع از توزیع نرمال کوتاه‌تر است.
(۳) کشیدگی توزیع به اندازه نرمال است.
(۴) کشیدگی توزیع غیر قابل اغماض است.

۵۴- توزیع دستمزد کارگران در یک موسسه تولیدی توسط جدول زیر بیان شده است:

X	<۵۰	۵۰-۵۵	۵۵-۶۰	۶۰-۶۵	۶۵-۷۰	۷۰-۷۵	۷۵-۸۰	۸۰-۸۵	
n_i	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰	$\sum N_i = 200$

کدام یک از کمیت‌های زیر برای بیان پراکندگی توزیع مناسب است؟ (مدیریت - آزاد ۷۹)

- (۱) تفاضل میانگین و نما
(۲) تفاضل نما و میانه
(۳) نصف تفاضل چارک سوم و اول
(۴) تفاضل چارک دوم و اول

۵۵- در جامعه‌ای توزیع فراوانی صفت متغیر X به صورت جدول زیر است:

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۲	۳	۱۰	۳	۲

(مدیریت - آزاد ۷۸)

میانگین قدر مطلق انحرافات کدام است؟

- (۱) $۰/۸$
(۲) $۰/۰۸$
(۳) $۰/۷$
(۴) $۰/۰۲$



۵۶- گشتاورهای مرتبه اول و دوم نسبت به مبداء $a = 40$ به صورت زیر بدست آمده‌اند:

$$\mu_1 = 2, \mu_2 = 40$$

ضریب تغییرات صفت متغیر X کدام است.

(مدیریت - آزاد ۷۸)

$$16/67 \%$$

$$90 \%$$

$$14/29 \%$$

$$85/71 \%$$

(مهندسی سیستم - ۷۹)

۵۷- میانگین و میانه اعداد ۱۲, ۹, ۱۸, ۲۰, ۴, ۱۵ را پیدا کنید.

$$\tilde{x} = 13/5, \bar{x} = 13 \quad (2)$$

$$\tilde{x} = 12, \bar{x} = 13/5 \quad (1)$$

$$\tilde{x} = 15, \bar{x} = 13 \quad (4)$$

$$\tilde{x} = 12, \bar{x} = 15 \quad (3)$$

(مهندسی سیستم - ۸۰)

۵۸- اگر σ^2 پراش $x_1, x_2, \dots, x_n$ باشد، پراش $(3x_1 - 5), \dots, (3x_n - 5)$ کدام است.

$$3\sigma^2 - 15 \quad (4)$$

$$9\sigma^2 - 15 \quad (3)$$

$$9\sigma^2 \quad (2)$$

$$3\sigma^2 \quad (1)$$

۵۹- توزیع عمر تعدادی باطری به صورت مقابل داده شده است. فراوانی درصد تراکمی (حجمی) صعودی طبقه سوم کدام است؟

(مهندسی سیستم - ۸۰)

حدود طبقات	۱/۵-۱/۹	۲-۲/۴	۲/۵-۲/۹	۳-۳/۴	۳/۵-۳/۹
فراوانی	۲	۱	۴	۵	۱۳
	۲۸ (۴)	۲۵ (۳)	۱۲ (۲)	۷ (۱)	

۶۰- در یک موسسه میانگین نمرات مسئولیت پذیری کارکنان ۷۸ با واریانس ۱۶ می‌باشد بنابر قانون چسبی شف نمرات چند درصد از این کارکنان در فاصله (۸۶، ۷۰) قرار می‌گیرد؟

(حسابداری - ۸۴)

$$60 \quad (4)$$

$$72 \quad (3)$$

$$75 \quad (2)$$

$$80 \quad (1)$$

۶۱- در یک توزیع با میانگین ۱۲/۵ و انحراف معیار ۳ مقدار میانه ۱۲/۷ محاسبه شده است ضریب چولگی پیرسون و اختلاف آن با نرمال چگونه است؟

(حسابداری - ۸۴)

$$0/2 \text{ و تفاوت اندک} \quad (2)$$

$$0/2 \text{ و تفاوت اندک} \quad (1)$$

$$0/6 \text{ و تفاوت زیاد} \quad (4)$$

$$0/1 \text{ و تقریباً نرمال} \quad (3)$$

۶۲- در ۱۰۰ داده آماری $\sum_{i=1}^{100} x_i = 120$, $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 400$ است مقدار $\sum_{i=1}^{100} (x_i - \mu)^2$ کدام است؟

(حسابداری - ۸۴)

$$256 \quad (4)$$

$$196 \quad (3)$$

$$144 \quad (2)$$

$$64 \quad (1)$$

۶۳- در یک تحقیق افراد جامعه به طبقات کم در آمد، متوسط و پردرآمد تقسیم‌بندی شده‌اند کدام نوع مقیاس اندازه‌گیری متغیرها مورد بحث است؟

(مدیریت - ۸۴)

$$\text{نسبتی} \quad (4)$$

$$\text{فاصله‌ای} \quad (3)$$

$$\text{ترتیبی} \quad (2)$$

$$\text{اسمی} \quad (1)$$

۶۴- در ۵۰ داده آماری میانه $Md = 12$ و $\sum_{i=1}^{50} x_i = 550$ است، اگر $A = \sum_{i=1}^{50} |x_i - 12|$, $B = \sum_{i=1}^{50} |x_i - 11|$ آنگاه:

(مدیریت - ۸۴)

$$A = B - 1 \quad (4)$$

$$A > B \quad (3)$$

$$A = B \quad (2)$$

$$A < B \quad (1)$$

۶۵- در جدول داده‌های آماری زیر، مد (mo) کدام است؟ (مدیریت - ۸۴)

حدود دسته	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴	۲۴-۲۷
فراوانی	۱۸	۲۳	۳۴	۲۵

(۱) ۲۱/۹۰ (۲) ۲۲/۶۵ (۳) ۲۲/۸۵ (۴) ۲۳/۱۵

۶۶- اگر میانگین مقادیر X برابر ۱۰ و میانگین مقادیر مجزورات X برابر ۱۰۰۰ باشد واریانس مقادیر X چقدر است؟ (اقتصاد - ۸۴)

(۱) ۶۰۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۹۰۰

۶۷- اگر در جامعه‌ای که دارای ۱۰ مشاهده است $\sum_{i=1}^{10} X_i = 40$ ، $\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 200$ باشد ضریب پراکندگی چقدر است؟ (اقتصاد - ۸۴)

(۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۸- اگر میانگین جامعه‌ای مساوی ۴ و میانه مساوی ۳ و انحراف معیار برابر ۴ باشد؛ ضریب چولگی چقدر و توزیع چه شکلی است؟ (اقتصاد - ۸۴)

(۱) $S_k = -0/25$ و چوله به چپ (۲) $S_k = 0/25$ و چولگی راست

(۳) $S_k = 0/75$ و چوله به چپ (۴) $S_k = 0/75$ و چولگی راست.

۶۹- در یک بررسی آماری در خصوص نمرات هوش دانش‌آموزان یک منطقه آموزش و پرورش کمیت‌های زیر بدست آمده است.

$\bar{x} = 120$ (میانگین) $Q_1 = 80$ (چارک اول)
 $Md = 110$ (میان) $Q_3 = 140$ (چارک سوم)
 $Mo = 107$ (مد) $S = 20$ (انحراف معیار)

کدامیک از موارد زیر درست است؟ (اقتصاد - ۸۳)

(۱) نمرات نیمی از دانش‌آموزان بین ۸۰ تا ۱۴۰ می‌باشد.

(۲) نمرات نیمی از دانش‌آموزان کمتر از ۱۲۰ است.

(۳) نمرات ۷۵ درصد از دانش‌آموزان بیشتر از ۱۴۰ می‌باشد.

(۴) نمرات بیشتر دانش‌آموزان ۱۴۰ و بیشتر است.

۷۰- صادرات کالای خاصی از ۱۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۷۸ به ۱۶۰۰۰۰۰ دلار در سال ۱۳۸۲ رسیده است. متوسط نرخ

رشد سالانه صادرات در این محدوده زمانی چند درصد است؟ (اقتصاد - ۸۳)

(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

۷۱- اگر $N=10$ ، $\sum (X_i - \mu_x)^2 = 7680$ و انحراف معیار جامعه برابر ۴ باشد ضریب کشیدگی کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴ (مدیریت - ۸۳)

۷۲- کدام مقیاس دارای ویژگی‌های بهتری برای اندازه‌گیری است؟ (حسابداری - ۸۴)

(۱) اسمی (۲) ترتیبی (۳) نسبتی (۴) فاصله‌ای